

Estadística - Tema 6

3. Tenemos las estaturas (cm) y los pesos (kg) de 20 chicos de 14 años.

a) A partir de los datos, ¿es adecuado el modelo de regresión lineal para el peso como función de la estatura?

b) ¿Cuánto podemos esperar que pese un chico de 168 cm? Construir un intervalo de confianza al 95% para el peso medio y otro para una observación.

$n=20$

Estatura	Peso
160	47.1
160	45.2
160	39.3
160	43.4
160	48.5
165	58.6
165	54.7
165	51.8
165	47.4
165	55.10
170	61.11
170	68.12
170	59.13
170	63.14
170	56.15
175	78.16
175	72.17
175	64.18
175	75.19
175	68.20

	X	Y
Media	167.5	57.55
Varianza	32.89	127.47
Covarianza	58.82	

Ordenado en el origen

$$\hat{a} = \bar{y} - \frac{\hat{S}_{xy}}{\hat{S}_x^2} \cdot \bar{x} = -242$$

Pendiente

$$\hat{b} = \frac{\hat{S}_{xy}}{\hat{S}_x^2} = 1.79$$

Varianza de x
Covarianza

$$y = -242 + 1.79 \cdot x$$

$$r_{xy} = \frac{\hat{S}_{xy}}{\sqrt{\hat{S}_x^2 \cdot \hat{S}_y^2}} = \frac{\hat{S}_{xy}}{\hat{S}_x \cdot \hat{S}_y}$$

$$r_{xy} = 0.9267 = 92.67\%$$

TABLA ANOVA

	SC	G.L	SCM	F
Modelo	2002.27	1	2002.27	
Residual	324.66	18	18.04	111.01
Total	2326.93	19		

$$F_{1, n-2}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$F_{1, 18}^{0.95} \rightarrow 4.414$$

$$C = [4.414, \infty)$$

$F_{obs} \in C$, se rechaza H_0
Existe correlación

$$V_M = \hat{b}^2 \cdot n \cdot S_x^2$$

$$V_T = n \cdot S_y^2 \quad n = N - 1$$

$$V_R = V_T - V_M$$

$$V_M = 2002.27$$

$$V_R = 324.66$$

$$V_T = 2326.93$$

Hipotesis

$$\begin{cases} H_0: b = 0 \\ H_1: b \neq 0 \end{cases}$$

$$b) \hat{m}_0 = \hat{a} + \hat{b} \cdot x_0 = 58.72$$

$$x_0 = 168$$

$$\alpha = 0.05$$

• Intervalo media:

$$\hat{m}_0 \pm \frac{\hat{S}_R}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{x_0 - \bar{x}}{S_x}\right)^2} \cdot t_{1 - \frac{\alpha}{2}}^{(n-2)} = (49'92 ; 67'44)$$

• Predicción para una observación:

$$\hat{m}_0 \pm t_{1 - \frac{\alpha}{2}} \cdot \hat{S}_R \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} \left(1 + \left(\frac{x_0 - \bar{x}}{S_x}\right)^2\right)} \Rightarrow (19'83 ; 97'61)$$

5. Se ha medido la salida de un generador eólico (Y) y la velocidad del viento (X) en 25 ocasiones obteniéndose los resultados adjuntos.

a) Dibujar un diagrama de dispersión y calcular el coeficiente de correlación.

b) Obtener los coeficientes de regresión y dibujar la recta.

c) Analizar los resultados y estudiar los residuos. ¿Es adecuado el modelo de regresión lineal?

Velocidad del viento X	Salida del generador Y
8'04	1'582
9'66	1'822
5'47	1'057
4'35	0'500
16'09	2'236
15'61	2'386
15'37	2'294
4'91	0'558
13'12	2'166
...	...

$$\hat{S}_x^2 = 16'56$$

$$\bar{X} = 9'87$$

$$\hat{S}_y^2 = 0'41$$

$$\bar{Y} = 1'599$$

$$r_{xy} = \frac{\hat{S}_{xy}}{\sqrt{\hat{S}_x^2 \cdot \hat{S}_y^2}}$$

$$r_{xy} = \frac{2'33}{\sqrt{16'56 \cdot 0'41}} = 0'894$$

$$\hat{S}_{xy} = 2'33$$

$$y = \hat{a} + \hat{b} \cdot x$$

Ordenada en el origen

$$\hat{a} = \bar{y} - \frac{\hat{S}_{xy}}{\hat{S}_x^2} \cdot \bar{x}$$

$$\hat{a} = 1'599 - \frac{2'33}{16'56} \cdot 9'87$$

Pendiente

$$\hat{b} = \frac{\hat{S}_{xy}}{\hat{S}_x^2}$$

$$\hat{b} = \frac{2'33}{16'56} = 0'14$$

$$V_M = \hat{b}^2 \cdot n \cdot S_x^2$$

$$V_T = n \cdot S_y^2 \quad n = N - 1$$

$$V_R = V_T - V_M$$

$$n = 25 - 1$$

$$n = 24$$

$$V_M = 7'7898$$

$$V_T = 9'84$$

TABLA ANOVA

ISC IGLISCMIF

MODELO	7'7898	1	7'7898
RESIDUAL	2'0502	23	0'089
TOTAL	9'84	24	87'389

$$V_R = 9'84 - 7'7898 = 2'0502$$

$$F_{1-\alpha}^{1, n-2}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$F_{0.95}^{1, 23} \rightarrow 4'30$$

$$C = [4'30, \infty)$$

Hipotesis

$$\begin{cases} H_0: b=0 \\ H_1: b \neq 0 \end{cases}$$

2. Se ha medido la radiación debida a los rayos cósmicos en diferentes altitudes, con los resultados adjuntos. Construir el modelo de regresión que se considere adecuado para obtener la dosis de radiación en función de la altitud.

$$n = 6$$

$$N = 7$$

DATOS

	X	Y
Media	481'42	35'85
Varianza	321747'6	192'4762
Covarianza	6663'061	

$$V_M = 851'344$$

$$V_T = 1154'86$$

$$V_R = 303'51$$

TABLA ANOVA

	SC	G.L	SCM	F
Modelo	851'34	1	851'34	14'025
Residual	303'51	5	60'70	
Total	1154'86	6		

$$y = \hat{a} + \hat{b} \cdot x$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \frac{\hat{S}_{xy}}{\hat{S}_x^2} \cdot \bar{x}$$

$$\hat{b} = \frac{\hat{S}_{xy}}{\hat{S}_x^2}$$

$$\hat{a} = 35'85 - \frac{6663'061}{321747'6} \cdot 481'42$$

$$\hat{a} = 25'88$$

$$\hat{b} = \frac{6663'061}{321747'6} = 0'021$$

$$Y = 25'88 + 0'021 \cdot X$$

$$F_{0.95}^{1, 5} \rightarrow 6'608$$

$$C = [6'608, \infty)$$

Hipotesis

$$H_0: b=0$$

$$H_1: b \neq 0$$

Rechazamos H_0
Aceptamos H_1

m	mrem/año
20	29 ¹
50	26 ²
100	27 ³
200	30 ⁴
500	37 ⁵
1000	44 ⁶
1500	63 ⁷